

O NÚMERO DE OURO NA ARTE, ARQUITETURA E NATUREZA: BELEZA E HARMONIA

Joseane Vieira Ferrer

Licencianda em Matemática
Universidade Católica de Brasília

Resumo: O homem pôde compreender a harmonia existente na natureza após séculos de observação e teorização. A descoberta do número de ouro começou com Hípaso, membro da escola pitagórica, que estudou sobre a incomensurabilidade no triângulo retângulo isósceles. Tomando como objeto de análise o pentágono regular, a questão da incomensurabilidade foi esmiuçada uma vez mais. A investigação acerca da razão áurea ganhou sua forma mais conhecida com a seqüência de Fibonacci. E assim, descoberta e devidamente teorizada, foi usada pelo homem no intuito de conferir às suas obras a beleza e perfeição que encontrava na natureza. Podemos notar isso nas obras de mestres da arquitetura, como Phídeas e Le Corbusier, e de mestres da pintura, como Leonardo da Vinci.

Palavras-chave: número de ouro, arte, arquitetura e natureza.

1. INTRODUÇÃO

Através de seu alto poder de observação, o homem se indaga e procura explicações que justifiquem a regularidade do meio em que vive. Partindo de tal prerrogativa, podemos perceber que uma de suas muitas curiosidades diz respeito ao convívio com beleza e harmonia, seja esta física ou do universo no qual está inserido.

As buscas incessantes do porquê do ser homem e da infinidade de elementos existentes na natureza e de estes serem tão harmônicos, podem ser obtidos através de ordem e relações entre números e combinações, na tentativa de explicar a perfeição existente entre os mesmos. Neste contexto, o número de ouro, indicado pela letra grega Φ em homenagem ao escultor e arquiteto grego Phídeas (470 – 425 a.C.) através da razão áurea, é fator determinante no que concerne esta questão.

Portanto, este artigo tem o intuito de apresentar informações úteis pertinentes ao referido objeto de estudo, pois mostra o quanto arte, arquitetura e natureza podem estar relacionadas ao número áureo tornando agradável aos olhos de qualquer ser humano a harmonia e beleza das formas que o rodeiam, não esquecendo, porém, de todo rigor matemático utilizado. As palavras de Biembengut e Hein (2000) expressam bem o exposto acima: “É dito que onde houver harmonia lá encontraremos o número de ouro. Este número Φ é indicado como a máxima expressão do equilíbrio. Quando procuramos atentamente, podemos encontrá-lo em toda parte”.

2. HÍPASO DE METAPONTO E A DESCOBERTA DA INCOMENSURABILIDADE

É atribuída ao matemático grego Hipasus Metapontum ou Hípaso de Metaponto (470 – 400 a.C.) nascido na cidade grega de Metaponto sul da Itália, a descoberta de grandezas incomensuráveis (não-rationais). Teria sido Hípaso, o principal responsável por profundas mudanças no pensamento filosófico da escola pitagórica em meados do século V a.C., de que tudo no universo podia ser reduzido somente a números comensuráveis (rationais) ou suas razões, pois o mesmo

produziu um elemento não-inteiro que negava os ensinamentos adquiridos nos cultos secretos onde era discípulo do mestre Pitágoras de Samos (570 – 495 a.C.). Não se sabe ao certo como Hípaso de Metaponto observou os irracionais pela primeira vez, mas, é bastante provável que os primeiros incomensuráveis conhecidos por ele, venham de demonstrações precisas sobre o valor da diagonal de um quadrado de lado unitário ou, do valor da base de um triângulo isósceles retângulo de lado também unitário ou ainda, da razão entre diagonal e lado de um pentágono regular (Paterlini e Azevedo, 2004). A seguir, veremos como tais demonstrações ocorreram, supondo que a percepção dos não-rationais veio com a aplicação do teorema de Pitágoras, já bastante conhecido entre os membros da escola pitagórica àquela época, sendo somente válido ao quadrado e triângulo retângulo isósceles, o que não ocorre com o pentágono regular.

2.1. Incomensurabilidade no triângulo isósceles retângulo

Para que fosse provada a questão da incomensurabilidade no triângulo isósceles retângulo, Hípaso provou que não há nenhum número comensurável ao qual corresponda um ponto C da reta, no caso em que o segmento \overline{AC} seja igual a base (diagonal) do referido triângulo com lados unitários. Observe a figura que se segue:

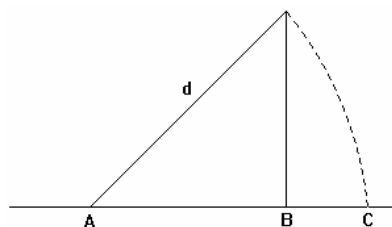


Figura 01 – Representação na reta numérica de um triângulo retângulo isósceles de lado unitário

Pelo teorema de Pitágoras com catetos de medida unitária e hipotenusa d (diagonal = base) do triângulo, temos:

$$d^2 = 1^2 + 1^2 \quad (1)$$

$$d^2 = 1 + 1 \quad (2)$$

$$d^2 = 2 \quad (3)$$

$$d = \pm\sqrt{2}$$

Onde admitimos somente o valor positivo de d , uma vez que se trata de medida de comprimento.

Agora, provemos que $\sqrt{2}$ é irracional admitindo ter como inteiro não-negativo t , sendo t^2 par se conseqüentemente t é par. Logo, se considerarmos $\sqrt{2}$ como um número comensurável, podemos escrevê-lo sob a forma $m:n$, ou seja, $\sqrt{2} = m:n$ (com $n \neq 0$), sendo m e n relativamente primos, isto, se o único fator inteiro comum entre eles for à unidade. Então:

$$m = \sqrt{2}.n \quad (4)$$

Elevando-se ambos os membros de (4) ao quadrado, temos:

$$m^2 = 2n^2 \quad (5)$$

Sabemos que m^2 é o dobro de um inteiro, desta forma concluímos que m^2 é par se m também o é. Substituindo m por $2x$ em (5), obtemos:

$$(2x)^2 = 2n^2 \quad (6)$$

$$4x^2 = 2n^2 \quad (7)$$

$$n^2 = 2x^2$$

Concluimos, pois, que n^2 é par e, portanto, n também o é, o que é um absurdo, pois por hipótese, admitimos que m e n são relativamente primos. De modo similar, podemos fazer a mesma demonstração para um quadrado de lado unitário em uma reta numérica.

2.2. A Questão da incomensurabilidade no pentágono regular

A estrela de cinco pontas inscrita em um pentágono regular, a partir dos vértices deste, era considerada o símbolo mais importante entre os membros da escola pitagórica. O numeral cinco representava o casamento, pois nele estava representada a junção do número feminino par (dois) com o número masculino ímpar (três), motivo pelo qual, para muitos historiadores, teria levado Hípaso a verificar com toda cautela as propriedades matemáticas existentes desse polígono.

Admitindo-se que Pitágoras e seus discípulos já soubessem fazer a divisão entre segmentos de retas, então, quando traçadas as cinco diagonais do primeiro pentágono regular, estas formam um segundo pentágono regular, este sendo menor que o primeiro. Repetindo-se o processo neste segundo pentágono, obteremos o mesmo resultado, e assim por diante, infinitamente, o que nos deixa claro que a divisão (razão) entre diagonal e lado em qualquer pentágono regular é um número não-comensurável (Paterlini, 2004). Observe a figura 2:

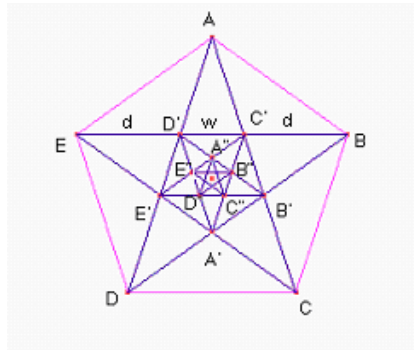


Figura 2 – Pentágonos regulares inscritos, obtidos a partir do tracejar de suas diagonais não-consecutivas.

Em mãos da propriedade de que as diagonais de um pentágono regular dividem umas às outras em segmentos de média e extrema razão, Hípaso concluiu que o quociente entre as medidas do segmento todo pela maior parte é igual ao quociente entre as medidas dessa parte maior com a parte menor. Vejamos:

$$\frac{\overline{EB}}{\overline{D'B}} = \frac{\overline{D'B}}{\overline{ED'}} \quad (8)$$

Substituindo \overline{EB} por $2d+w$, $\overline{D'B}$ por $d+w$ e $\overline{ED'}$ por d em (8), temos:

$$\frac{2d+w}{d+w} = \frac{d+w}{d} \quad (9)$$

Escrevendo $2d + w = x$, $d + w = a$ e $w = x - a$, e substituindo em (9), temos:

$$\frac{x}{a} = \frac{a}{x-a} \quad (10)$$

Aplicando a propriedade distributiva em (10), chegaremos à equação quadrática:

$$x.(x-a) = a.a \quad (11)$$

$$x^2 - ax = a^2 \quad (12)$$

$$x^2 - ax - a^2 = 0 \quad (13)$$

Resolvendo (13), temos:

$$x = \frac{-(-a) \pm \sqrt{(-a)^2 - 4.1.(-a^2)}}{2.1} \quad (14)$$

$$x = \frac{a \pm \sqrt{a^2 + 4a^2}}{2} \quad (15)$$

$$x = \frac{a \pm \sqrt{5a^2}}{2} \quad (16)$$

$$x = \frac{a \pm a\sqrt{5}}{2} \quad (17)$$

$$x = a \cdot \frac{(1 \pm \sqrt{5})}{2}$$

Assim sendo, o valor $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ não satisfaz, por se tratar de medida de comprimento.

Com o valor $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, concluímos que a razão entre a diagonal de um pentágono regular com o seu lado é sempre incomensurável, e que não seria a $\sqrt{2}$ (rever demonstração no subtítulo 2.1, se necessário) mas sim a $\sqrt{5}$, que primeiramente revelou a existência de tais grandezas. Posteriormente, esse valor seria a razão áurea, ou razão de ouro.

3. SECÇÃO E RAZÃO ÁUREA DADAS POR UM SEGMENTO DE RETA

Determinaremos agora como, a partir de um segmento de reta com medida qualquer, podemos posicionar um ponto que o divida em dois segmentos proporcionais. Tomemos um segmento \overline{MN} tal que sua medida seja $3cm$, por exemplo:

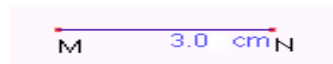


Figura 3 – Segmento de reta \overline{MN} medindo $3cm$.

A partir de \overline{MN} , traçaremos um outro segmento \overline{NP} , perpendicular a \overline{MN} , com metade da medida deste segmento. Unindo P à M , obtemos um triângulo retângulo NPM reto em N , vejamos a figura 4:

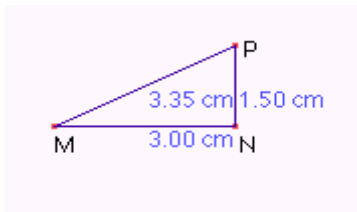


Figura 4 – Triângulo retângulo NPM reto em N .

Com centro em P e raio de medida \overline{NP} , foi traçada uma circunferência interceptando o segmento \overline{MP} em Q . Agora, com o raio de medida \overline{MQ} e centro em M , traçou-se mais um círculo, cortando o segmento \overline{MN} em R , como mostra a figura 5:

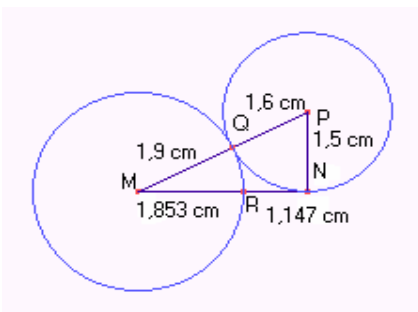


Figura 5 – Divisão proporcional em dois segmentos pelo ponto R .

Assim, ao considerarmos o segmento de reta \overline{MN} e um ponto R contido no mesmo, dizemos que R resulta na secção áurea ou razão de ouro do segmento dado, enquanto que \overline{MP} é chamado de segmento áureo. A razão entre \overline{MN} (todo o segmento) por \overline{MR} (maior parte) nos garante um número enigmático. Vejamos:

$$\frac{\overline{MN}}{\overline{MR}} = \frac{3,0\text{cm}}{1,853\text{cm}} = 1,618$$

Uma forma de se chegar outra vez ao número de ouro seria denominar todo segmento \overline{MN} de x , a sua maior parte \overline{MR} por a e \overline{RN} , com valor $x - a$, usando o teorema de extrema e média razões, o que nos daria $\frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,618033989$ (rever demonstração no subtítulo 2.2, se necessário).

O número $1,618$ é um número irracional, representado pela letra Φ (phi) em homenagem a Fídias (470 – 425 a.C.), o mais importante escultor e arquiteto grego da antiga civilização helênica. A Enciclopédia Barsa (1979), ressalta o célebre Fídias: “Como supervisor do programa de embelezamento traçado por Péricles para Atenas, exerceu profunda influência sobre

todos os grandes projetos artísticos levados a cabo no Século de Péricles, revelando-se a principal personalidade artística por detrás do desenvolvimento do puro estilo clássico”. Atribui-se a este artista, grandes obras, dentre as quais destacamos o Parthenon (a que daremos atenção especial mais adiante), as esculturas Athena Parthenos (de ouro e marfim, medindo mais de 12 metros de altura) e Athena Promachos (456 a.C.), além do seu trabalho Zeus Olympeios quando se encontrava exilado em Elis por ter se apossado de parte do ouro destinado a Athena Parthenos. Em toda extensão dos seus trabalhos havia um grande conhecimento e aplicação do número de ouro, embora não o tenha atribuído esse nome, o que só viria a acontecer dois mil anos depois, com os primeiros relatos escritos pelo padre Luca Pacioli (1452 – 1519) em seu livro *Divina Proporção*, de 1509.

4 – O RETÂNGULO DE OURO E A SEQÜÊNCIA FIBONACCI

O retângulo áureo é notoriamente o objeto matemático que exerceu, e ainda exerce, grande influência por sua regularidade e harmonia, constituindo a base para a arte, arquitetura e natureza (esta última por meio da seqüência de Fibonacci). Além da bela e harmoniosa forma que apresenta, se, ao dividirmos as medidas do seu lado maior pelo menor, o resultado será sempre Φ . Vejamos:

4.1 – O Retângulo áureo a partir de um quadrado de medida qualquer

Mostraremos agora, como a partir de um quadrado de medida qualquer, determinaremos um retângulo de ouro. Considerar-se-á, para tanto, um quadrado $ABCD$, de $2cm$ de lado, dividido ao meio, formando os retângulos $ADEF$ e $BCEF$, como mostra a figura 6:

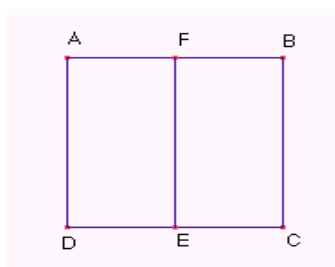


Figura 6 – Quadrado $ABCD$ de lado $2cm$, dividido ao meio.

Traçando uma diagonal do vértice E ao vértice B no retângulo $BCEF$, figura 7, vamos prolongar o lado EC , formando assim o segmento \overline{CH} , figura 7, de mesma medida de EC . Tomando o comprimento da diagonal como raio, traçaremos um arco com início no vértice B e término no ponto H do segmento \overline{CH} , onde teremos:

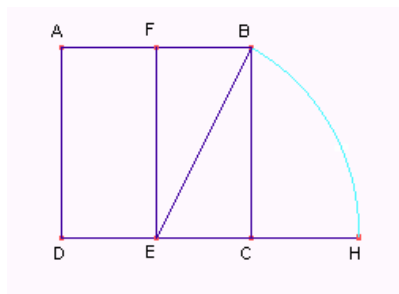


Figura 7 – Arco BH obtido a partir do traçar da diagonal EB do retângulo $BCEF$.

Pelo ponto H , traçaremos um segmento perpendicular \overline{HI} com medida 2cm , figura 8. Prolongando o lado FB até o encontro com o ponto I , teremos o retângulo áureo $ADHI$:

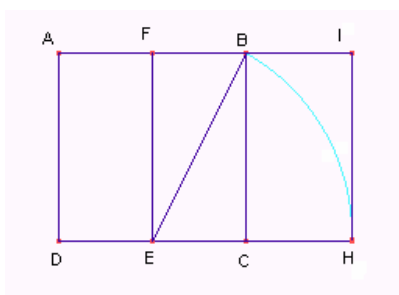


Figura 8 – Surgimento dos segmentos \overline{HI} e \overline{BI} , inscrevendo o arco BH no retângulo $BCHI$.

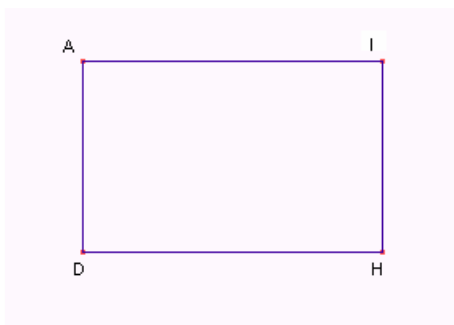


Figura 9 – Retângulo áureo $ADHI$, de comprimento $3,236\text{ cm}$ e altura 2 cm .

Assim, ao dividirmos $3,236\text{cm}$ por 2cm obteremos $1,618$, ou seja, o número de ouro, figura 9. Uma outra forma de se obter mais rapidamente o retângulo áureo, seria multiplicar pelo inverso de Φ um dos lados conhecendo-se já a medida de um deles, sendo que a razão do maior para o menor seria $1,618$, o que provaria ser o respectivo retângulo.

4.2 – A seqüência de Fibonacci

Leonardo de Pisa (chamado assim por ser natural da cidade de Pisa, importante centro comercial da época), também conhecido como Leonardo Fibonacci (1175 – 1250), talvez tenha sido um dos mais importantes matemáticos do século *XIII*. Seu pai, Bonacci, era um grande mercador da cidade, daí seu profundo interesse pelos números.

Fibonacci obteve sua educação fora de Pisa. Em 1202, quando retornou, publicou a obra Liber Abaci (Livro do Ábaco), que trata da álgebra e da aritmética através de problemas elementares. Neste livro, um problema sobre coelhos, ficou conhecido por gerar uma seqüência. A ela deu-se o nome de seqüência de Fibonacci.

Este problema gerador da seqüência de Fibonacci será apresentado aqui, com termos e explicações propostos por Carvalho (1997):

Fibonacci considerou um casal de coelhos imaturos que, após um mês, estava apto a reproduzir e dar origem, mensalmente, a um novo casal. Esse novo casal passava pelo mesmo processo, isto é, levava um mês para amadurecer e, após esse período, originava um outro casal. Este processo pode continuar indefinidamente, supondo que não ocorra mortes. Vamos observar o esquema abaixo segundo Carvalho (1997):

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Início} & \rightarrow & 1 \\
 1^{\circ} \text{ mês} & \rightarrow & 1 \\
 2^{\circ} \text{ mês} & \rightarrow & 1 + 1 = 2 \\
 3^{\circ} \text{ mês} & \rightarrow & 1 + 2 = 3 \\
 4^{\circ} \text{ mês} & \rightarrow & 2 + 3 = 5 \\
 5^{\circ} \text{ mês} & \rightarrow & 3 + 5 = 8 \\
 6^{\circ} \text{ mês} & \rightarrow & 5 + 8 = 13 \\
 \cdot & & \cdot \\
 \cdot & & \cdot \\
 \cdot & & \cdot
 \end{array}$$

A seqüência onde a soma dos termos adjacentes equivale ao termo seguinte é chamada de seqüência de Fibonacci. Assim sendo, podemos representar a seqüência da seguinte forma:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 521...$$

Uma outra propriedade torna essa progressão divina, pois o quociente entre o sucessor e o antecessor se aproxima, gradativamente, do número de ouro. Assim, podemos concluir que, com esta seqüência, poderíamos formar um retângulo áureo, figura 10

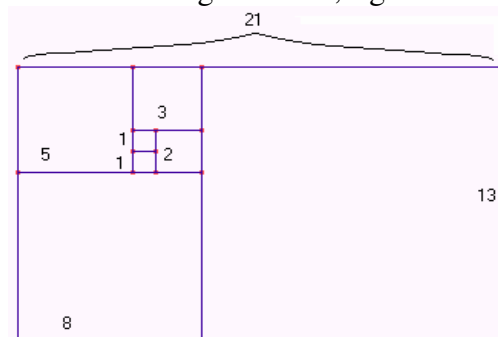


Figura 10 – Retângulo de ouro construído usando-se a seqüência de Fibonacci.

Na seqüência de Fibonacci, a razão entre 89 e 55 (dois de seus respectivos termos), por exemplo, dará, aproximadamente, $1,618$. Quando isto ocorre, dizemos que o retângulo em questão é áureo; caso contrário, dizemos que o mesmo se aproxima da razão de ouro.

5 – APLICAÇÕES DO NÚMERO DE OURO

A partir de agora, mostraremos o quanto é intrínseca a relação entre arte, arquitetura, natureza e o número de ouro, não esquecendo da formalização dos conceitos já vistos por processos matemáticos.

5.1 – Arte

Com a insistente busca pela beleza e perfeição em suas obras, renomados artistas como Piet Mondrian, Cândido Portinari, Michelangelo, Salvador Dalí, Albrech Dürer, Leonardo da Vinci, entre outros, usaram o número áureo, através do retângulo de ouro, em suas criações artísticas para lhes conferir harmonia.

Poderíamos nos estender a todos os célebres artistas acima citados, mas, com veemência, ressaltaremos o notável artista italiano Leonardo da Vinci (1452 – 1519), um dos mestres do Renascimento, que valia-se de conceitos matemáticos para a confecção de suas telas. Dos seus famosos trabalhos, daremos destaque à *Mona Lisa*, figura 11, feita em 1505, e ao quadro *A Anunciação*, figura 12, de 1472.

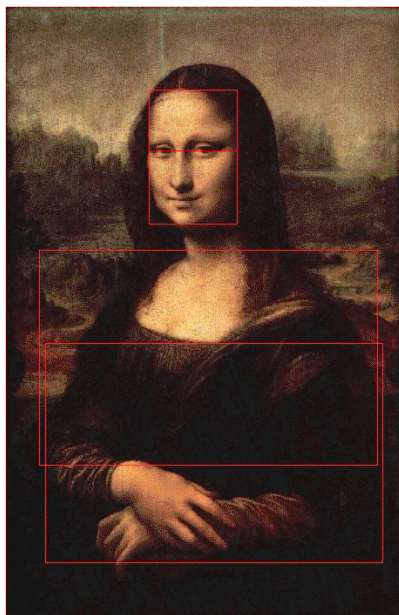


Figura 11 – A pintura *Mona Lisa (La Gioconda)*, de Leonardo da Vinci, e algumas representações da aplicação de retângulos áureos como parâmetro de harmonia.

Objetivando sempre a perfeição em seus quadros, da Vinci não poupou harmonia através de retângulos áureos a sua mais famosa criação. Ao observar atentamente o retângulo inserido em

torno do rosto de Madona Lisa Gherardini, com dimensões $4,1\text{ cm}$ por $2,533\text{ cm}$ na figura acima, obteremos como razão o número $1,618$, sendo, portanto, um retângulo áureo. Ainda no mesmo retângulo, podemos traçar uma linha horizontal na altura do eixo dos olhos da imagem, subdividindo-a em um quadrado e um retângulo áureo. Podemos perceber proporções áureas em outras partes do corpo de *Mona Lisa*, como da altura do pescoço até o final do busto, e da altura deste, até o umbigo, além das próprias dimensões da tela, que também formam um retângulo de ouro.



Figura 12 – Pintura *A Anunciação*, de Leonardo da Vinci.

Da Vinci outra vez relacionou matemática à sua obra, dessa vez na pintura *A Anunciação*, de 1472. Combinando precisão e inteligência, da Vinci fez o quadro com dimensões nas quais o mesmo pode ser decomposto em um retângulo e um quadrado, aquele, possuindo as proporções divinas.

Podemos observar ainda que, independente do lado da pintura em que se tem o quadrado, a mulher ou o anjo estarão inscritos no referido retângulo. Tal qual a figura angelical da pintura, o retângulo representa a perfeição.

5.2 – Arquitetura

Além de renomados pintores, arquitetos famosos também adotaram a razão áurea como parâmetro para a construção de suas obras. Esse recurso foi usado por salientar harmonia e beleza. Analisaremos, a seguir, o uso da razão de ouro nas obras do grego Phídeas (figura 13) e do suíço Le Corbusier (figuras 14, 15 e 16).

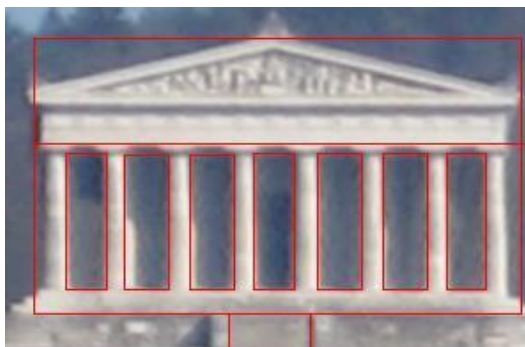


Figura 13 – O Parthenon, em Atenas, Grécia, com exemplos de uso do retângulo áureo.

Phídeas (rever título 3, se necessário) era considerado um dos mais importantes arquitetos da Grécia Antiga. Principal responsável pela construção do Parthenon, figura 13 , templo dedicado à deusa Athena Parthenos, usou o número de ouro como base para erigir o mesmo. Nele, podemos obter diversas vezes o retângulo de ouro se ajustando à sua estrutura, como podemos observar na figura acima.

Charles Edouard Jeanneret (1887 - 1965), mais conhecido por Le Corbusier, ficou conhecido como um arquiteto notável, responsável por uma nova forma de arquitetura moderna. Viajou por todo o mundo, mas foi na Grécia, mais especificamente em Atenas, onde conheceu o que seria sua maior inspiração: a aplicação da razão áurea em suas construções. Com base na medida harmônica em escala do homem grego, Le Corbusier desenvolveu o modulator, um sistema baseado nas medições médias do corpo humano, usando a razão de ouro através do retângulo áureo e da seqüência de Fibonacci (Possebon, 2004).

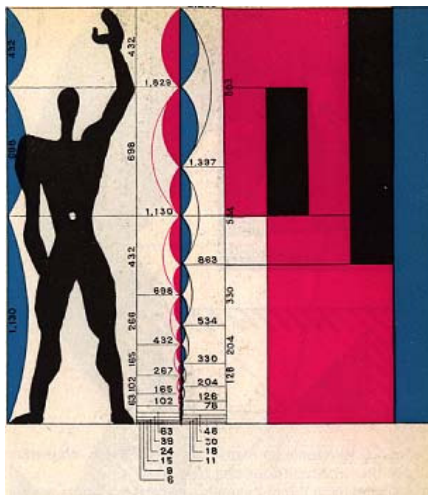
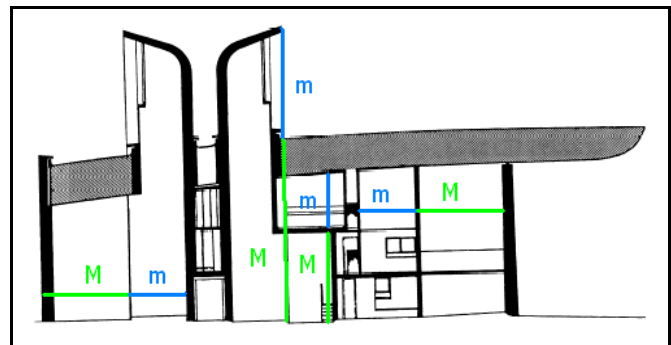


Figura 14 – Sistema modulator, tendo como medida de altura padrão 1,83 m.

O sistema modulator de medidas, figura 14 , criado para conferir harmonia às obras arquitetônicas de Le Corbusier, pode ser observado em muitos de seus edifícios, em especial na Chapel de Notre Dame du Haut, figura 15, sua obra mais conhecida.



Figuras 15 e 16 – A Chapel de Notre Dame du Haut, construída a partir do sistema modulator de medidas harmônicas de Le Corbusier. Do lado, uma esquematização das aplicações da razão áurea na estrutura do edifício.

Na figura 16, teremos $\frac{M+m}{M} = \frac{M}{m}$, cujo resultado é $1,618$.

5.3 – Natureza

A regularidade com que Φ aparece na natureza é algo surpreendente. Animais, plantas, o homem, todos obedecem a uma ordem que os levam à razão de ouro. Vejamos alguns exemplos:

5.3.1 – O corpo humano

Sabemos que para os gregos antigos, uma pessoa seria considerada bela, se possuísse um padrão relacionado com o número $1,618$. Assim, vamos considerar $1,83\text{ m}$ como medida padrão. Vamos observar, pois, a figura 17:

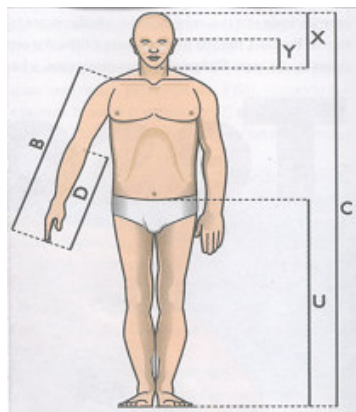


Figura 17 – Dimensões harmônicas (áureas) do corpo humano.

Ao dividirmos $1,83\text{ m}$ (altura total C) por $1,131\text{ m}$ (distância da sola dos pés ao umbigo U), obteremos como razão, o número de ouro. Também obteremos esse número, dividindo a distância da testa ao queixo (X), pela distância da orelha ao queixo (Y). Assim também acontecerá, ao relacionarmos o comprimento total do braço (B) com a distância do cotovelo à ponta do dedo médio (D). Pode-se notar então, que existe um parâmetro de harmonia na constituição do corpo humano.

5.3.2 – Jasmim

Podemos perceber a presença do número áureo, através da flor de jasmim, figura 18. Nela está representado o pentagrama, símbolo da escola pitagórica (rever subtítulo 2.2, se necessário). Pelo teorema de média e extrema razão de segmentos, já visto anteriormente, chegaremos ao número $1,618$.

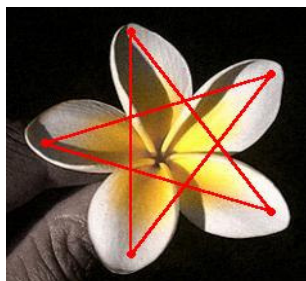


Figura 18 – O jasmim e a representação do pentagrama em sua constituição.

Outras flores também possuem constituição semelhante, como lírios e petúnias, entre outras. Outros seres também possuem tal característica. A estrela-do-mar, animal aquático, é um exemplo clássico.

5.3.3 – Nautilus Marinho

O nautilus é um molusco que possui uma concha de estrutura espiralada. Esta espiral pode ser construída aplicando-se a seqüência de Fibonacci como visto anteriormente, na formação de uma série de quadrados que, unidos, formam um retângulo áureo (rever figura 10, se necessário).

Feitos os quadrados, traçamos uma espiral a partir da origem dos quadrados, fazendo com que seus arcos concêntricos passem pelos pontos das sucessivas divisões entre os quadrados, figura 19.

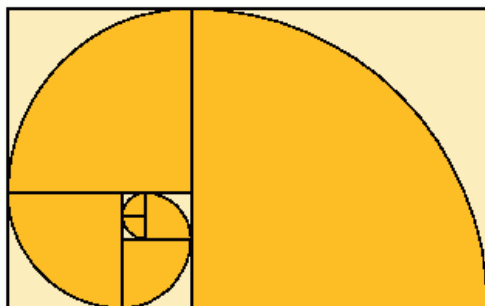


Figura 19 e 20 – Espiral traçada pelos quadrados do retângulo áureo. Do lado, foto da concha do nautilus marinho.

Observando a estrutura interna da concha do nautilus, figura 20, podemos notar a igualdade entre ela e a espiral construída a partir da seqüência de Fibonacci. Essa espiral é conhecida como espiral de ouro, uma referência ao uso de Φ , através da razão dos seus arcos para o seguinte.

Também podemos observar a presença da espiral de ouro, por exemplo, nos miolos dos girassóis, nas pétalas da pinha e nos pontos internos de um abacaxi.

6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Uma das características mais marcantes do homem é a imitação da natureza, na qual sempre buscou formas alternativas para resolução de muitos de seus problemas. A partir de constante

observação, o ser humano passou a captar pequenas nuances no ambiente natural que, uma vez esquematizadas de forma lógica e racional, poderiam ser aplicadas por ele no habitat que havia construído para si.

Ao perceber a falta de beleza e harmonia em suas obras como um problema a ser resolvido, o homem buscou inspiração na natureza e descobriu o onipresente número de ouro. Por meio de observação, teorização e experimentação, notáveis como Phídeas, Le Corbusier e da Vinci, conseguiram compreender e aplicar o número de ouro na arquitetura e na arte, respectivamente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BIEMBEGUT, Maria Sallet. **Número de ouro e secção áurea**. São Paulo: Edifurb, 1998.
2. _____; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo Contexto, 2000.
3. BOYER; Carl B.. **História da matemática**. São Paulo: Edgard Blücher Ltda., 1996.
4. BROWN, Dan. **O Código da Vinci**. Rio de Janeiro: Sextante, 2004.
5. Enciclopédia Barsa – Volume 6. São Paulo: Encyclopædia Britannica Editores Ltda.
6. CARVALHO, Maria Cecília Costa e Silva. **Padrões numéricos e seqüências**. São Paulo: Moderna, 1997.
7. EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Unicamp, 2004.
8. FIGUEIREDO, Djairo Guedes de. **Análise I**. Rio de Janeiro: LTC, 1996.

Sites da Web

1. MEDEIROS FILHO, Carlos Fernandes de. **Hipásus Metapontum ou Hípasso de Metaponto**. Só Biografias. Disponível em <http://www.sobiografias.hpg.ig.com.br/HipasmusM.html> Acesso em 21 de outubro de 2005.
2. PATERLINI, Roberto Ribeiro. **Pentágono, incomensurabilidade e o método da exaustão**. Hipertexto Pitágoras. Disponível em <http://www.dm.ufcar.br/hp/hp527/hp527001/hp5270018/hp5270018.html> Acesso em 21 de outubro de 2005.
3. _____; AZEVEDO, Elivan de. **Introdução**. Hipertexto Pitágoras. Disponível em <http://www.dm.ufcar.br/hp/hp527/hp527001/hp5270010/hp5270010.html> Acesso em 21 de outubro de 2005.
4. _____. **A descoberta da incomensurabilidade**. Hipertexo Pitágoras. Disponível em <http://www.dm.ufcar.br/hp/hp527/hp527001/hp5270012/hp5270012.html> Acesso em 21 de outubro de 2005.
5. POSSEBON, Ennio. **O modulator de Le Corbusier: forma, proporção e medida na arquitetura**. FMU – Revista de Cultura IMAE, ano 5, número 11, Janeiro/Junho 2004, páginas 68 a 76. Disponível em <http://www.fmu.br/pdf/p68a76.pdf> Acesso em 12 de outubro de 2005.
6. RAPOSO, Ana Cristina Pontes; DUARTE, Ana Luísa Borges; ROSÁRIO, Milena Isabel Fino do. **Le Corbusier**. Artistas Matemáticos, Matemáticos Artistas. Disponível em <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm33/Corbusier.htm> Acesso em 21 de outubro de 2005.
7. _____. **Leonardo da Vinci**. Artistas Matemáticos, Matemáticos Artistas. Disponível em <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm33/Corbusier.htm> Acesso em 21 de outubro de 2005.
8. SODRÉ, Ulysses; TOFFOLI, Sonia F. L.. **Alegria Matemática: Seqüências de Fibonacci: Aplicações**. Matemática Essencial. Disponível em <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/alegria/fibonacci/seqfib2.htm> Acesso em 21 de outubro de 2005.
9. TRINKEL, Ingrid Karoline; LANGNER, Izabeli S.; SILVA, Juliane Turra Firman; IWAKURA, Marya; ÁVILA, Rafaela Rosas. **Os pitagóricos e suas crenças**. Adoro Física. Disponível em <http://www.adorofisica.com.br/trabalhos/alkimia/mat2/TRAB1.htm> Acesso em 21 de outubro de 2005.