ASTRONOMIA E TRIGONOMETRIA: AS CORDAS DE PTOLOMEU

Daniel dos Santos Costa
Universidade Católica de Brasília
Departamento de Matemática
Orientador: Prof. Sinval Braga de Freitas

RESUMO

Nesse artigo veremos superficialmente o princípio da história da trigonometria, mais precisamente o nascimento da idéia de seno de um ângulo, dando ênfase à história de Cláudio Ptolomeu e seu grande trabalho chamado Almagesto. Será mostrado, em uma linguagem atual e simples, quais são os passos necessários para construir a tábua de cordas de Ptolomeu. Antes de chegarmos a esses passos, far-se-á uma abordagem resumida sobre os homens que mais contribuíram para o trabalho de Ptolomeu, entre eles Hiparco de Nicéia e Aristarcos de Samos.

Palavras-chave: trigonometria, tábua de cordas, Almagesto, Claudio Ptolomeu

1. INTRODUÇÃO

Dentre as diversas áreas de estudo do grego Cláudio Ptolomeu (150 d.C.), como matemática, astrologia, geografia, cartografia, entre outras, merece destaque a sua criação de um sistema que integra a trigonometria com a astronomia, especificamente acerca do sistema sideral "solar"; aliás, na época, tratava-se de um sistema geocentrista – a terra era o centro do universo. Sua obra foi registrada no conjunto de livros chamado Almagesto.

O Almagesto é uma sistematização, em livros, de vários projetos, entre eles matemáticos, advindos de estudiosos que o antecederam, principalmente de Hiparco (180 a.C). Nessa obra, foi abordada a criação de uma tábua de cordas – modelo matemático acerca da trigonometria, similar ao atual *seno*. Esse tema foi abordado em dois capítulos do primeiro livro da Coleção Almagesto, que constitui estudos que contribuíram para a construção do modelo geocentrista espacial.

Nesse artigo, mostrarei um procedimento para construir o modelo matemático da Tábua de Cordas de Ptolomeu em uma linguagem acadêmica atual, além de citar o histórico de suas obras científicas.

2. HISTÓRICO

Como resultado de uma interação fértil entre oferta de teorias matemáticas e técnicas acessíveis a qualquer momento e demanda de uma única ciência aplicada, ou seja, a astronomia, a trigonometria desenvolveu-se. A relação entre a oferta e a demanda era tão íntima que somente no século XIII os dois assuntos começaram a ser considerados individualmente

A origem da trigonometria é incerta, mas indicações sugerem que foi na cultura grega, por volta do século IV ou V a.C, no entanto, não é obra de somente um homem ou nação. Teoremas sobre as razões entre os lados de triângulos semelhantes tinham sido conhecidos e usados pelos antigos babilônios e egípcios. Pela falta de um conceito de medida de ângulo, no período pré-helênico, tal estudo seria melhor chamado de *trilaterometria* – medida de polígonos de três lados –, do que de *trigonometria* – medida de partes de um triângulo. Com os gregos encontramos, pela primeira vez, um estudo sistemático de relações entre ângulos num círculo e os comprimentos das cordas que o subentendem.

Dentre os principais matemáticos que contribuíram para a trigonometria estão Aristarcos de Samos, que se antecipou a Copérnico mais de um milênio e meio, propondo um sistema heliocêntrico; Eratóstenes de Cirene, lembrado por sua medida da terra – a mais precisa da época; Euclides, que estudou a geometria esférica; Teodósio, que reuniu em seu livro *Célebre Esférico* o que os gregos conheciam sobre esse assunto e Apolônio de Perga, que não se sabe como, encontrou a aproximação 3,1416 para pi.

Serão enfatizados os trabalhos de Ptolomeu e a influência que Hiparco teve sobre ele e a contribuição inicial de Aristarcos para o começo da trigonometria.

2.1 Aristarcos de Samos (por volta de 319-239 a.C.)

Aristarcos foi um dos primeiros estudiosos gregos a aplicarem matemática na astronomia. Ele é lembrado como o "Copérnico de antigüidade" por ter sido o primeiro a avançar na teoria heliocêntrica – os planetas giram em torno do sol – do sistema solar. Ele forneceu os primeiros passos da trigonometria, e, apesar de esses escritos não terem chegado até nós, eles foram relatados em seu tratado *Sobre Tamanhos e Distâncias do Sol e Lua*, o qual ele usou o equivalente, em linguagem atual, a

$$\frac{sen a}{sen b} < \frac{a}{b} < \frac{tg\, a}{tg\, b},$$

onde $0 < b < a < \pi/2$.

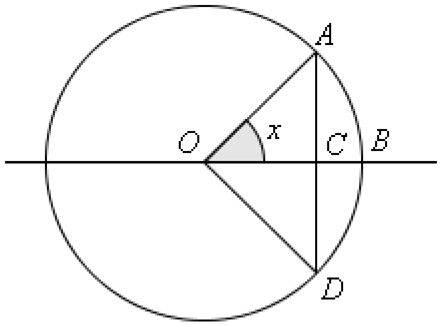
2.2 Hiparco de Nicéia (por volta de 180-125 a.C.)

Hiparco, considerado o pai da astronomia, foi o autor da primeira tabela trigonométrica, reunida em um tratado de doze livros. Segundo Boyer (1996:110) ele "sabia que num dado círculo a razão do arco para a corda diminui quando o arco diminui de 180º para 0º, aproximando do limite de 1". Entretanto, parece que Apolônio pode ter se antecipado quanto a esses cálculos e que a contribuição de Hiparco pode ter sido somente a de calcular um melhor conjunto de cordas do que seus predecessores.

Ele foi uma transição entre a astronomia babilônica e a obra de Ptolomeu. Suas principais contribuições foram a organização de dados empíricos derivados dos babilônios, a elaboração de um catálogo estelar, a descoberta da precessão dos equinócios e melhorias em constantes astronômicas. Ele fez esses cálculos, evidentemente, para usá-los em seus estudos de astronomia.

Os gregos não usavam seno de um ângulo, trabalhavam com a corda de arco duplo. Apesar da corda de um arco não ser o seno, uma vez conhecido o valor do seu comprimento, é possível calcular o *seno* da metade do arco.

A figura ilustra o processo feito por Hiparco:



$$sen x = \frac{AC}{OA} = \frac{corda\ AD}{2r}$$

Figura 1

Hiparco foi o maior astrônomo da época. Foi o primeiro a determinar com precisão o nascer e o ocaso de diversas estrelas, usando para isso a tabela de cordas por ele construída. A exemplo da maioria dos matemáticos daquela época, pouco se sabe sua vida. A maior fonte de conhecimento sobre seus trabalhos é a obra do astrônomo grego Cláudio Ptolomeu (150 d.C), que cita diversos resultados sobre trigonometria e astronomia obtidos por Hiparco.

3. PTLOMEU, A TÁBUA DE CORDAS E O ALMAGESTO

Cláudio Ptolomeu é considerado o maior astrônomo da antiguidade. Como os outros citados acima, pouco se sabe sobre ele. Sabe-se, apenas, que foi um cientista grego que viveu durante o período helenista, provavelmente em Alexandria. Ele contribuiu para as áreas de matemática, astrologia, astronomia, geografia e cartografia, além de ter realizado importantes trabalhos em óptica e teoria musical. Por meio de suas obras de astronomia e matemática, a civilização medieval teve o primeiro contato com a ciência grega.

Sua maior obra, chamada de *Syntaxis Mathematica*, é popularmente conhecida no meio acadêmico por Almagesto – “O grande tratado” ou “*O Maior*” –, um trabalho basicamente de matemática e astronomia. A obra é dividida em treze livros, nos quais pode-se encontrar conteúdo sobre plano do sistema solar, tábua de cordas – com alguns conceitos trigonométricos –, movimento do Sol, da Lua, distância entre o Sol e a Lua, bem como construção do astrolábio, os eclipses, as estrelas fixas catalogadas por Hiparco e a construção do globo terrestre.

> Ptolomeu desenvolveu nessa obra seu sistema geocêntrico, que dominou a astronomia por dezesseis séculos, até que Kepler forneceu os argumentos que consolidaram definitivamente a teoria heliocêntrica formulada por Copérnico. (SILVA NETO, 2008)

Para os matemáticos, o Almagesto suscita interesse devido ao livro ter se dedicado às cordas trigonométricas. Entretanto, antes de nos dedicarmos a essa parte, falaremos um pouco sobre todo o livro.

Do primeiro ao oitavo livros Ptolomeu, inicialmente, defende a teoria geocêntrica; no segundo, fez uma tabela de cordas e rudimentos de trigonometria esférica; no terceiro, fala do movimento do Sol e da duração do ano; no quarto, do movimento da Lua e a duração dos meses; no quinto, abrange as mesmas questões tratadas no quarto, além de descrever o astrolábio – antigo instrumento usado para tomar a altura dos astros; os eclipses do Sol e da Lua são tratados no sexto livro, que contém uma tabela desses acontecimentos, além de uma tabela de conjunções e aposições dos planetas; e, no sétimo e no oitavo, traz um catálogo de 1022 estrelas. Os cinco últimos são dedicados à exposição detalhada da teoria geocêntrica.

Para Cristina *et al*. (2008) "Segundo Ptolomeu, os planetas, o Sol e a Lua giravam em torno da Terra na seguinte ordem: Lua, Mercúrio, Vênus, Sol, Marte, Júpiter e Saturno." Com a trigonometria, Ptolomeu estudou o movimento desses astros e elaborou um sistema complexo, mas geometricamente plausível. Elas continuam dizendo que

> Os planetas estariam fixados sobre esferas concêntricas de cristal, presididas pela esfera das estrelas. Todas essas esferas girariam com velocidades diferentes, o que, julgava Ptolomeu, explicava as diferentes velocidades médias com que se moviam os diversos planetas. (CRISTINA, Aline *et al*, 2008)

Com relação aos movimentos retrógrados (certa época do ano um planeta girava em um sentido e em outra época, em sentido contrário) e às "paradas" dos planetas, Ptolomeu explicou que eles executavam movimentos em *epiciclo*: cada um girava descrevendo círculos – os epiciclos – sobre uma esfera menor, onde o centro estava situado sobre a esfera maior. Assim, o céu encheu-se de várias rodas-gigantes. Infelizmente, com o passar do tempo, foi-se percebendo que sua crença não explicava satisfatoriamente os movimentos dos astros. Como resultado, o número de epiciclos cresceu enormemente. No tempo de Copérnico, a confusão formada pelas centenas de rodas-gigantes dentro de rodas-gigantes era tão grande, que os estudiosos não compreendiam mais o seu sistema.

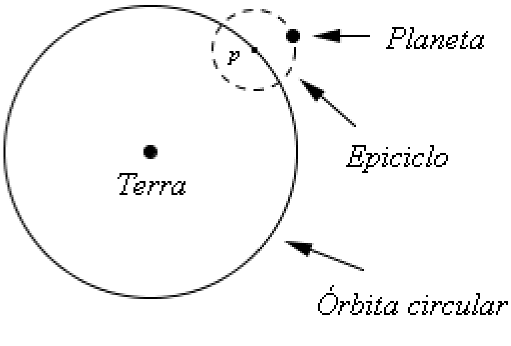


Figura 2: enquanto o ponto imaginário *p* se desloca em órbita circular em torno da Terra, o planeta faz um movimento circular chamado *epiciclo* em torno desse ponto.

Ptolomeu aperfeiçoou também a teoria lunar de Hiparco, estabelecendo uma lei para o fenômeno da *evecção* – irregularidade no movimento lunar, devida à atração do Sol. Por causa da influência da atração solar, a trajetória da Lua não descreve uma órbita elíptica constante, podendo estar antecipada ou retardada em relação à posição que deveria ocupar se seu movimento fosse uniforme. Cristina *et al*. (2008) explicam que "O valor calculado por Ptolomeu para a evecção lunar estava muito próximo do valor adotado atualmente. Além disso, Ptolomeu elaborou tabelas do movimento lunar que foram utilizadas até o tempo de Copérnico." As concepções cronológicas de Ptolomeu encontram-se em sua obra *Introdução Geográfica,* comparável ao Almagesto, pela influência que exerceu no mundo científico durante muitos séculos. Esta obra é composta de oito livros e de 27 mapas, na maioria alterados por desenhistas medievais.

Ptolomeu determinou a posição de pontos geográficos, baseado no método de Hiparco, dando sua longitude e latitude e dividiu o equador em 360 partes – graus –, traçando meridianos e paralelos. Ao invés de adotar a medida da circunferência da terra encontrada por Eratóstenes no século II a.C., que era um valor muito próximo ao que se tem hoje, Ptolomeu adotou a medida de Possidônio (135-50 a.C.), que tinha uma margem de erro de 30% para menos.

A conseqüência dessa decisão foi um erro constante na longitude, que sempre foi calculada com valor inferior à realidade. O engano repercutiu proporcionalmente na latitude, e, por isso, nos mapas de Ptolomeu as regiões aparecem sempre alongadas, isto é, longitudinalmente achatadas. As latitudes meridionais foram deslocadas para o norte, o que fez com que as terras conhecidas, na época, ficassem todas situadas no hemisfério *boreal* – hemisfério norte, em contraposição ao hemisfério *austral*, ou sul. Ainda, usando como base os cálculos de Ptolomeu, Cristina *et al*. (2008) relata que a Ásia estendia-se muito mais para leste do que está na realidade, e que esse erro levou Colombo a se aventurar na realização de sua viagem em direção às índias, encontrando o continente americano, porque, seguindo a direção leste-oeste, a Europa estaria próxima à extremidade oriental da Ásia. Pode-se observar, todavia, que o trabalho de Ptolomeu na matemática foi muito importante e revela seu profundo conhecimento de geometria.

Na obra denominada *Analema*, o astrônomo fornece uma série de métodos e regras para a construção de relógios solares. Em *O Planisfério*, encontrado somente na tradução latina feita de um texto árabe, trata das projeções a serem utilizadas na construção de globos e mapas terrestres. Nesse caso, Ptolomeu utilizou o pólo sul como centro de projeção. Elaborou também um calendário que mostrava a hora em que as várias estrelas apareciam e desapareciam no céu, crepúsculo e no alvorecer. Esse trabalho faz parte de uma obra composta de dois volumes, denominada *Hipóteses Planetárias*.

Alguns antigos comentaristas mencionam mais dois trabalhos sobre geometria, desconhecidos atualmente. No primeiro, chamado *Sobre a Dimensão*, Ptolomeu prova que não existem mais do que três dimensões no espaço, no *Peri diatáseos* há uma demonstração dada por ele para provar o teorema de Euclides sobre as paralelas. A ele também foram atribuídos três trabalhos sobre mecânica.

Na seara dos fenômenos ópticos, seu trabalho está presente na *Óptica*, que não existe no original grego, mas apenas numa tradução latina feita de uma cópia árabe do século XII. Há indícios de que a obra original era composta de cinco livros. Ptolomeu trata, no último deles, da teoria da refração, além de discutir esse fenômeno na observação de corpos celestes situados em diferentes altitudes. Para finalizar, o astrônomo escreveu um tratado sobre música conhecido corno *Harniônica*, que foi publicado em grego e latim.

4. PASSOS PARA CONSTRUÇÃO DA TÁBUA

Ptolomeu desenvolveu o estudo da trigonometria nos capítulos dez e onze do primeiro livro do Almagesto. O capítulo onze consiste numa tabela de cordas, enquanto o capítulo dez explica como tal tabela pode ser calculada. Na verdade, não existe no Almagesto nenhuma tabela contendo as funções seno e cosseno, mas, sim, a função *corda do arco* x, ou $crd\ x$, embora, naturalmente, esses termos não apareçam. A função *corda do arco* x era definida como o comprimento da corda que corresponde a um arco de x graus em um círculo cujo raio é 60. Dessa forma, na tabela de cordas de Ptolomeu existiam três colunas: a primeira, listando os arcos, a segunda, o comprimento da corda correspondente a cada arco e, a terceira, que dava o aumento médio de $crd\ x$ correspondente a um acréscimo de um minuto em x – valor da corda correspondente a um arco de corda já conhecida acrescido de um minuto de grau. Essa coluna era usada para interpolações, ou seja, para achar o valor de $crd\ x$ se x estivesse entre duas entradas na coluna de arcos.

Segundo Aaboe (1964), na teoria de Ptolomeu, a circunferência foi dividida em 360 partes – hoje chamadas graus –, o diâmetro foi dividido em 120 partes e cada uma dessas divididas em 60 porções – minutos –, sendo essas, por sua vez, divididas em mais 60 partes – segundos. Então, se tomarmos $crd\ 36^{\circ} = 37^{p}4'55''$, significa que a corda de um ângulo central de 36° é igual a $37/60$ (ou 37 partes pequenas) do raio, mais $4/60$ de um destas pequenas partes, mais $55/3600$ de uma destas pequenas partes. É evidente (figura 1) que uma tábua de cordas é equivalente a uma tábua de senos trigonométricos, pois

$$sen\alpha = \frac{AC}{OA} = \frac{AD}{diâmetro\ \ do\ círculo} = \frac{crd\ 2\alpha}{120}.$$

A tábua de Ptolomeu fornece a medida das cordas dos ângulo centrais de um determinado círculo de $\frac{1}{2}^{\circ}$ à 180°, de meio em meio grau. Assim, a tábua de cordas de Ptolomeu dá, na realidade, os senos dos ângulos por intervalos de quarto de grau de 0° a 90°.

Os métodos de construção da tábua, apresentados a seguir por Eves (1983, p. 5-9) foram inspirados em Aaboe (1964) e seguem os passos de 1 a 10 abaixo.

1. Teorema de Ptolomeu. *Se $ABCD$ é um quadrilátero convexo inscritível (figura 3), então a soma dos produtos dos lados opostos é igual ao produto das diagonais.*

Demonstração. Seja H um quadrilátero inscrito $ABCD$ (figura 3). Queremos mostrar que

$$AC.BD = AB.CD + BC.AD.$$

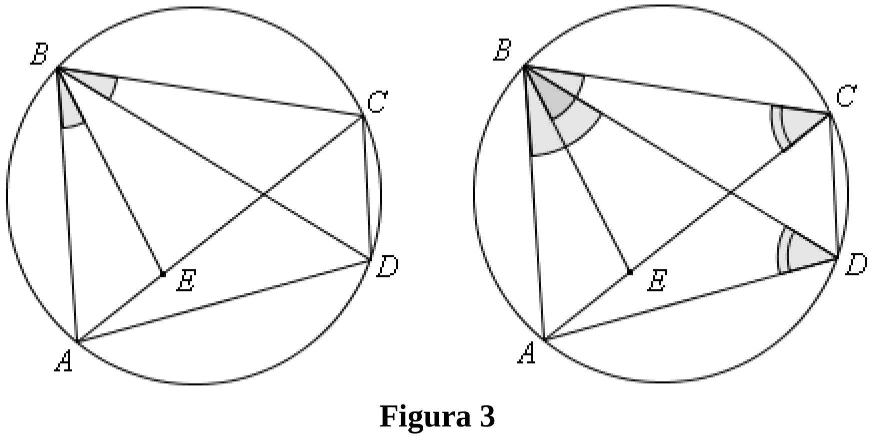


Figura 3

Trace as diagonais do quadrilátero e construa o ponto E sobre o segmento AC tal que $A\widehat{B}E = D\widehat{B}C$. Os triângulos BCE e ABD são semelhantes pelo critério ângulo-ângulo, pois $A\widehat{B}E = D\widehat{B}C$ por construção e $B\widehat{C}A = B\widehat{D}A$, já que esses ângulos "enxergam" o mesmo arco. Isso implica que

$$\frac{BC}{CE} = \frac{BD}{AD} \text{ e } BC.AD = CE.BD \qquad (1)$$

Da mesma forma, os triângulos BAE e BDC também são semelhantes, pelo mesmo critério ângulo-ângulo, pois $A\widehat{B}E = D\widehat{B}C$ por construção e $B\widehat{A}C = B\widehat{D}C$, pois enxergam o mesmo arco. Logo

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AE}{DC} \text{ e } AB.CD = AE.BD \qquad (2)$$

Adicionando (1) e (2), temos

$$BC.AD + AB.CD = CE.BD + AE.BD,$$

e

$$BC.AD + AB.CD = BD(CE + AE).$$

Como E é um ponto construído sobre o segmento AC, temos que $CE + AE = AC$. Fazendo a substituição, concluímos que $AC.BD = AB.CD + BC.AD$, o que prova o teorema.

Devemos agora estabelecer três corolários para o teorema de Ptolomeu.

2. Corolário 1. *Sejam a e b as cordas de dois arcos de um círculo de raio unitário, então*

$$s = (a/2)(4 - b^2)^{1/2} + (b/2)(4 - a^2)^{1/2}$$

é a corda da soma dos dois arcos.

Demonstração. Chame $BC = a$, e $CD = b$ e aplique o teorema de Ptolomeu para o quadrilátero da figura 4, onde AC é um diâmetro.

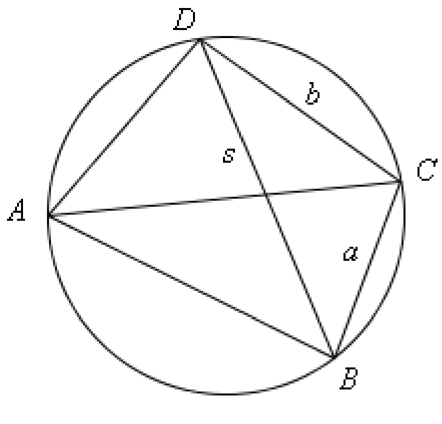


Figura 4

3. Corolário 2. *Sejam a e b as cordas de dois arcos de um círculo de raio unitário e $a > b$, então*

$$d = (a/2)(4-b^2)^{1/2} - (b/2)(4-a^2)^{1/2}$$

é a corda da diferença dos dois arcos.

Demonstração. Chame $BD = a$ e $BC = b$ aplique o teorema de Ptolomeu para o quadrilátero da figura 5, onde AB é um diâmetro.

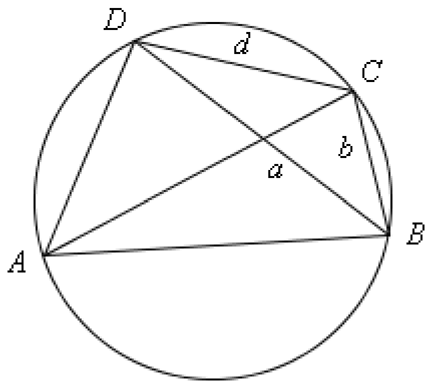


Figura 5

4. Corolário 3. *Se t é a corda de um arco menor de um círculo de raio unitário, então*

$$h = [2-(4-t^2)^{1/2}]^{1/2}$$

é a corda de metade do arco.

Demonstração. Aplique o teorema de Ptolomeu para o quadrilátero da figura 6, no qual AC é um diâmetro, $BD = t$ e BD é perpendicular a AC. Obtemos

$$2t = 2h(4-h^2)^{1/2},$$

de onde, tomando o quadrado e reorganizando os termos, temos $h^4 - 4h^2 + t^2 = 0$. Resolvendo isso como quadrático em h^2, obtemos

$$h^2 = 2 \pm (4-t^2)^{1/2}.$$

Seja h a corda da metade do arco menor da corda BC, necessitamos de um sinal negativo no resultado anterior. Tirando a raiz quadrada em ambos os lados vem que

$$h = [2-(4-t^2)^{1/2}]^{1/2}.$$

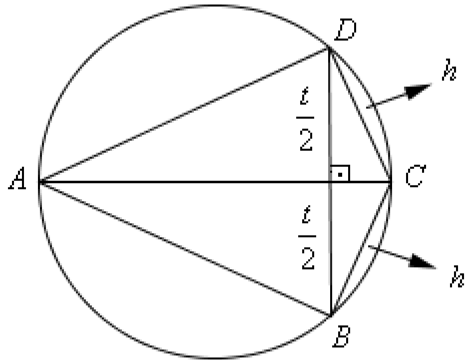


Figura 6

5. Seja um triângulo isósceles AOB (figura 7) com o ângulo $AOB = 36°$. Trace a bissetriz AC do ângulo BAO. Então os triângulos AOB e BAC são semelhantes, logo $\frac{AB}{CD} = \frac{OB}{AB}$. Chame $AB = x$ e tome $OB = 1$, assim

$$\frac{x}{(1-x)} = \frac{1}{x} \quad \text{ou} \quad x^2 + x - 1 = 0,$$

de onde vem que (para uma precisão de quatro casas decimais)

$$x = \frac{(\sqrt{5}-1)}{2} = 0{,}6180.$$

Logo um círculo de raio unitário, $crd\,36° = 0{,}6180$.

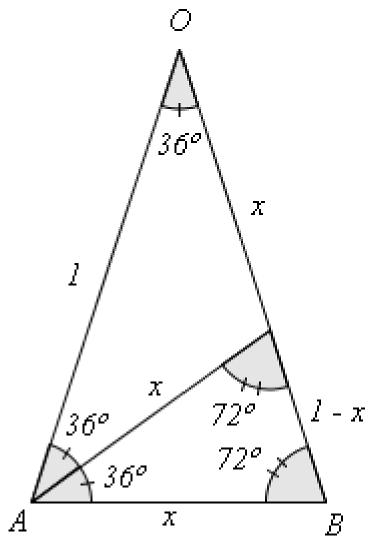


Figura 7

6. Considerando um raio unitário, $crd60^\circ = 1$, através de Corolário 2, concluímos que no círculo unitário

$$crd24^\circ = crd(60^\circ - 36^\circ) = 0{,}4158 .$$

7. Assim, podemos calcular sucessivamente, por meio do Corolário 3, as cordas no círculo unitário, de $12^\circ, 6^\circ, 3^\circ, 90'$, e $45'$, obtendo

$$crd90' = 0{,}0262 \text{ e } \quad crd45' = 0{,}0131 .$$

8. Pela relação

$$\frac{sena}{senb} < \frac{a}{b} \text{, para } b < a < 90^\circ ,$$

o equivalente da que apontamos anteriormente em nossa conferência, temos

$$crd60' / crd45' < 60 / 45 = 4/3 ,$$

ou

$$crd1^\circ < (4/3)(0{,}0131) = 0{,}01747 .$$

Também

$$crd90' / crd60' < 90/60 = 3/2 ,$$

ou

$$crd1^\circ > (2/3)(0{,}0262) = 0{,}01747 .$$

Logo, para uma precisão de quatro casas decimais, $crd1^\circ = 0{,}0175$.

9. Através do Corolário 3, podemos agora achar $crd(1/2)^\circ$.

10. Agora, pode-se construir uma tábua de cordas no círculo unitário para intervalos de $(1/2)^\circ$.

Kennedy (1992) escreveu de uma forma mais simplória os passos de Ptolomeu para chegar a sua tábua. Além de reforçar o método acima ele o credibiliza. Os passos são os seguintes: Ptolomeu encontrou a $crd72^\circ = 70^p\, 32'3''$, que é dos lados do pentágono regular. Para achar $crd(\alpha - \beta)$, ele mostra que

$$crd(\alpha - \beta) crd180^\circ = crd\alpha crd(180^\circ - \beta) - crd\beta crd(180^\circ - \alpha) .$$

Uma expressão de arcos suplementares é $crd^2\theta + crd^2(180° - \theta) = crd^2 180° = (2{,}0)^2$, pela aplicação de teorema de Pitágoras (figura 8).

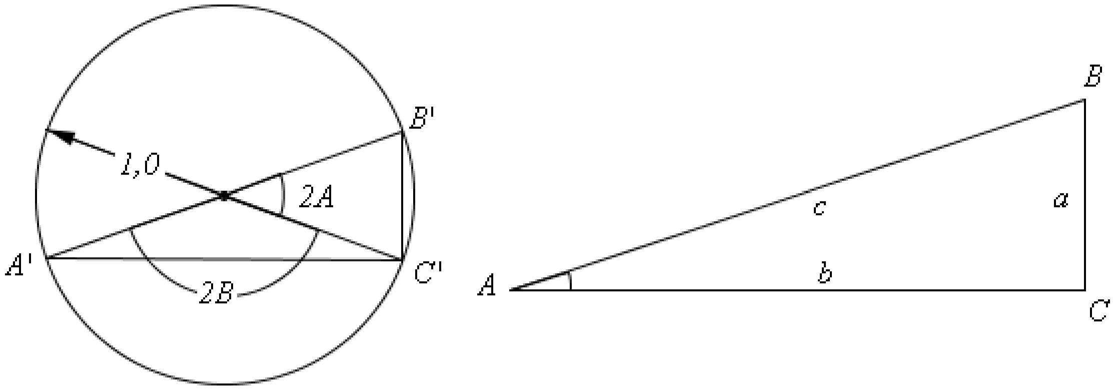


Figura 8

Daí ele calculou a $crd12° = crd(72° - 60°)$, mas $crd\ \alpha/2$ em termos de $crd\alpha$ é

$$crd^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} crd 180° \left(crd 180° - crd\left(180° - \alpha\right)\right).$$

Por esse processo ele acha consecutivamente $crd6°, crd3°, crd(11/2)°, crd(3/4)°$. Por meio de uma cautelosa interpolação entre as cordas de $(11/2)^o$ e $(3/4)°$ ele obtém a corda de $1° = 1^p\ 2'250''$, de onde $crd(1/2)° = 0^p\ 31'25''$. Daí em diante com ajuda de uma expressão para $crd(\theta + (1/2)°)$, toda tábua pode ser preenchida.

De fato, como mencionamos acima, a tabua de cordas de Ptolomeu nos dá uma tábua de seno. Segundo Eves (1983), o matemático hindu, Āryabhata (por volta de 475-550), chamou as cordas de *ardhâ- jyā* ("meia corda") ou *jyā -ardhâ* ("corda-meia"), depois resumiu o termo simplesmente para *jyā* ("corda"). De *jyā* os árabes chamaram de *jîba*, seguindo a prática árabe de omitir vogais, foi escrito como *jb*. Posteriormente foi chamado de *jîba*, aparte de sua definição técnica, é uma palavra sem sentido em árabe. Depois autores, através de *jb*, como uma abreviação para o sem sentido *jîba*, puseram *jaib* no lugar, que contém as mesmas letras e é uma palavra árabe que significa "angra" ou "baía". Em seguida, Gherardo de Cremona (por volta de 1150), quando fez suas traduções do árabe para o latim, trocou o árabe *jaib* por seu equivalente latino *sinus*, de onde veio nossa atual palavra *seno*.

5. CONCLUSÃO

Seguramente não foi Ptolomeu que criou as teorias para formar a tábua de cordas, mas foi ele quem as unificou em uma obra literária, o *Almagesto*, e, brilhantemente, provou as relações "trigonométricas", sem imaginar a importância delas na matemática futura. Os trabalhos de Ptolomeu advieram dos estudos de Apolônio (200 a.C), Aristarcos (entre 319-239 a.C) e Hiparco (180 a.C) – desse último veio "a fonte do saber que Ptolomeu mais bebeu" –, porém

Hiparco estabeleceu apenas princípios acerca das Cordas, não abrangendo e sistematizando as relações da forma que Ptolomeu eternizou em suas obras.

Talvez as teorias de Hiparco sobrepusessem-se muito além do que é registrado, apesar de não ser possível essa averiguação já que suas obras se perderam, quem sabe, em um dos diversos incêndios ocorridos na biblioteca de Alexandria. Afinal, pouco se tem registrado sobre Hiparco, sendo boa parte do seu conhecimento e feitio expostos nas obras Ptolomeu.

Apesar do acontecido, felizmente, vários outros trabalhos de Ptolomeu chegaram até nós. Quaisquer que sejam seus assuntos, como geografia, física e música. Reconhecemos neles a genialidade de Ptolomeu para dispor e apresentar de forma metodológica seu material.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AABOE, Asger. **Episódios da história antiga da matemática**. Tradução de João Pitombeira de Carvalho. Rio de Janeiro: SBM, 1984.

BOYER, Carl B. **História da matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo: Edgar Blücher, 1996.

CAMARGO, Miguel Antônio de. **Trigonometria**. Disponível em: <*www.mat.ufg.br/especializacao/uploads/files/Trigonometria_historia.ppt*>. Acesso em: 5 nov. 2008.

COSTA, Nielce M. Lobo da. **A história da trigonometria.** Disponível em: <http://74.125.113.104/search?q=cache:GZA6BuMFzvYJ:www.prof2000.pt/users/amma/af33/trf1/histtrigon.pdf+historia+da+trigonometria+Etimologia+Desenvolvimento+Hiparco+Trigonometria+antiga&hl=pt-BR&ct=clnk&cd=4&gl=br>. Acesso em: 4 nov. 2008.

COSTA, Nielce M. Lobo da **Funções seno e coseno: Uma Seqüência de Ensino A partir dos Contextos do "Mundo Experimental" e do computador**. 1997. 174f. Dissetação(Mestrado em ensino da matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

CRISTINA, Aline *et al*. **Cláudio Ptolomeu.** Disponível em: <http://74.125.113.104/search?q=cache:1_TfwqtFs5IJ:www.fisicareal.com/Ptolomeu.doc+Aline+Cristina+Amanda+Alves+Dias+Amanda+Colomeu+de+Melo+Jéssica+Paionk+Yasmim&hl=pt-BR&ct=clnk&cd=1&gl=br>. Acesso em: 31 out. 2008.

EVES, Howard. **Great moments in mathematics**. Dolciani Mathematical exposition nº 5 and 7. USA: The Mathematical Association of America, 1983.

GLEISER, Marcelo. **A dança do universo**: dos mitos de criação ao big-bang. 2. ed. 15. reimp. São Paulo: Companhia das Letras, 2006.

HISTÓRIA da trigonometria. Disponível em: <http://www.askmore.net/pt/História_da_trigonometria.htm>. Acesso em: 4 nov. 2008.

KENNEDY, Edward S. **História da trigonometria**. Tradução de Hygino H. Domingues. 7. reimp. São Paulo: Atual, 1992. (Tópicos de matemática para uso em sala de aula).

NASCIMENTO, Alessandra Zeman do. **Uma seqüência de ensino para a construção de uma tabela trigonométrica**. 2005. 206f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SILVA NETO, João Pereira da. **Transformações trigonométricas usando o teorema de Ptolomeu.** Disponível em:<http://74.125.113.104/search?q=cache:v9EEtNPjAkJ:www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Posteres%255Cp039.doc+historia+da+trigonometria+doc&hl=pt-BR&ct=clnk&cd=8&gl=br>. Acesso em: 20 out. 2008.

Daniel dos Santos Costa (danielpedrecal@hotmail.com)
Curso de Matemática, Universidade Católica de Brasília
EPCT – QS 07 – Lote 01 – Águas Claras – Taguatinga – CEP.: 72966-700